

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΤΟΥ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ
ΥΠΑΛΛΗΛΩΝ ΠΟΥ ΥΠΗΡΕΤΟΥΝ ΣΤΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ
ΠΕΜΠΤΗ 8 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Ι ΚΑΙ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΙΙ: ΦΥΣΙΚΗ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1)** β, **A2)** δ, **A3)** γ, **A4)** γ,
A5) α) Σ
 β) Λ
 γ) Σ
 δ) Λ
 ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. α) Σωστή απάντηση η (ii).

β) Η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν τα δύο κύματα στο σημείο Σ της επιφάνειας τους υγρού δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta t = \frac{|r_1 - r_2|}{v_\delta},$$

όπου v_δ η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων και r_1, r_2 οι αποστάσεις του σημείου Σ από τις δύο πηγές. Επομένως:

$$|r_1 - r_2| = v_\delta \cdot \Delta t = \lambda f \frac{3T}{4} \Rightarrow |r_1 - r_2| = \frac{3\lambda}{4} \quad (1),$$

όπου λ, f το μήκος κύματος και η συχνότητα αντίστοιχα των κυμάτων. Για το ζητούμενο πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ:

$$\begin{aligned} A_\Sigma &= 2A \left| \sigma \nu \pi \frac{|r_1 - r_2|}{\lambda} \right| \stackrel{(1)}{\Rightarrow} A_\Sigma = 2A \left| \sigma \nu \pi \frac{3\lambda}{4} \right| = 2A \left| \sigma \nu \frac{3\pi}{4} \right| = 2A \left| -\sigma \nu \frac{\pi}{4} \right| = \\ &= 2A \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} \right| \Rightarrow A_\Sigma = A\sqrt{2}. \end{aligned}$$

B2. α) Σωστή απάντηση η (iii).

β) Σύμφωνα με την αρχή του Pascal, η επιπλέον πίεση που εμφανίζεται στα σημεία του ρευστού κάτω από το μικρό έμβολο διατομής A_1 λόγω της ασκούμενης δύναμης F_1 , μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του ρευστού σε ισορροπία, άρα και σε αυτά κάτω από το μεγάλο έμβολο διατομής A_2 . Άρα:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2.$$

Όμως $\Delta p_1 = \frac{F_1}{A_1}$ και $\Delta p_2 = \frac{F_2}{A_2}$. Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}.$$

B3. α) Σωστή απάντηση η (iii).

β) Λόγω φαινομένου Doppler η συχνότητα του ήχου f_A που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα ισούται με:

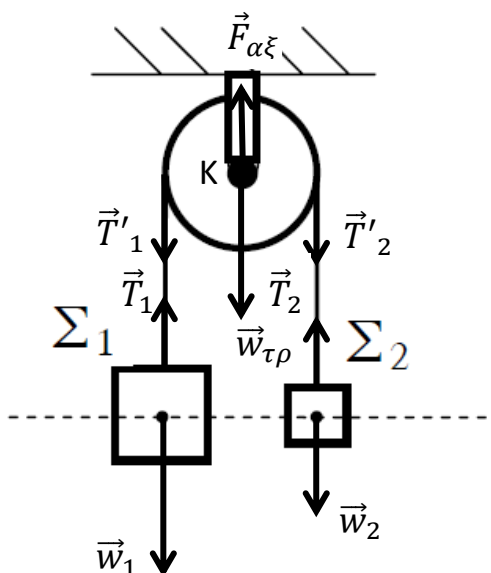
$$f_A = \frac{v - v_A}{v} f_S \quad (1),$$

όπου f_S η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η ακίνητη πηγή. Γνωρίζοντας ότι $f = \frac{N}{\Delta t}$ η εξίσωση (1) γράφεται ως:

$$\frac{N_A}{\Delta t} = \frac{v - v_A}{v} \frac{N_S}{\Delta t} \Rightarrow N_A = \frac{v - v_A}{v} N_S.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα του συστήματος τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που τα σώματα αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν. Επειδή το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό (και λόγω του 3^{ου} νόμου του Newton) θα ισχύει για τα μέτρα των τάσεων: $T_1=T_1'$ και $T_2=T_2'$.



Επειδή το νήμα είναι διαρκώς τεντωμένο, όλα τα σημεία του κάθε χρονική στιγμή θα πρέπει να έχουν την ίδια κατά μέτρο μεταφορική επιτάχυνση. Το ίδιο θα συμβαίνει και για τις επιταχύνσεις των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , τα οποία είναι δεμένα με το νήμα. Επίσης καθώς το νήμα είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας και δε γλιστράει ως προς αυτή, το μέτρο της επιτροχιακής επιτάχυνσης των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας θα πρέπει να είναι ίσο με το αντίστοιχο μέτρο της μεταφορικής επιτάχυνσης των σημείων του σχοινιού. Άρα:

$$\alpha_{\nu\eta\mu\alpha\tau\omicron\varsigma} = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_{\epsilon\pi\iota\tau\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R = \alpha,$$

όπου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

Επειδή το σώμα Σ_2 έχει μεγαλύτερη μάζα από το Σ_1 (προκαλείται μεγαλύτερη ροπή στο σύστημα από το βάρος του Σ_1 σε σχέση με αυτή του βάρους του Σ_2), το

σώμα Σ_1 θα αρχίζει να κατεβαίνει ενώ το Σ_2 να ανεβαίνει και η τροχαλία θα περιστρέφεται αριστερόστροφα σύμφωνα με το σχήμα. Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, για τα διάφορα σώματα του συστήματος θα έχουμε:

$$\underline{\text{Σώμα 1:}} \Sigma F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow w_1 - T_1 = m_1 a \quad (1)$$

$$\underline{\text{Σώμα 2:}} \Sigma F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow T_2 - w_2 = m_2 a \quad (2)$$

$$\underline{\text{Τροχαλία:}} \Sigma \tau_K = I_K a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 R - T_2 R = \frac{1}{2} M R^2 a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{1}{2} M a \quad (3)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2):

$$\begin{aligned} w_1 - T_1 + T_2 - w_2 &= m_1 a + m_2 a \Rightarrow w_1 - w_2 - (T_1 - T_2) = (m_1 + m_2) a \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \\ \stackrel{(3)}{\Rightarrow} m_1 g - m_2 g - \frac{1}{2} M a &= (m_1 + m_2) a \Rightarrow (m_1 - m_2) g = \left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M \right) a \Rightarrow \\ \Rightarrow a &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M} g = \frac{2 - 1}{2 + 1 + \frac{1}{2} \cdot 4} 10 = 2 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Άρα η ζητούμενη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας είναι:

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a}{R} = \frac{2}{0,1} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = 20 \text{ rad/s}^2.$$

Γ2. Το σώμα Σ_1 κατά την κάθοδο του εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα κι επιτάχυνση μέτρου $a=2 \text{ m/s}^2$. Επομένως για τη ζητούμενη ταχύτητα θα έχουμε:

$$v_1 = a \cdot t_1 = 2 \cdot 3 \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}^2.$$

Γ3. Το πλήθος περιστροφών της τροχαλίας θα δίνεται από τη σχέση $N = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$, όπου $\Delta\theta$ η γωνία στροφής της τροχαλίας. Για τη γωνία αυτή το σώμα Σ_1 έχει κατέλθει κατά x_1 (το σώμα Σ_1 κατά την κάθοδο του εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα) :

$$x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 \Rightarrow x_1 = 9 \text{ m}.$$

Επειδή ισχύει $x_1 = \Delta\theta_1 \cdot R \Rightarrow \Delta\theta_1 = \frac{x_1}{R} = 90 \text{ rad}$, ο ζητούμενος αριθμός των περιστροφών της τροχαλίας είναι:

$$N_1 = \frac{\Delta\theta_1}{2\pi} = \frac{90}{2\pi} \Rightarrow N_1 = \frac{45}{\pi} \text{ περιστροφές}.$$

Γ4. Ο ζητούμενος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 και τροχαλία, ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας, ισούται με τη συνισταμένη ροπή των εξωτερικών δυνάμεων, ως προς το συγκεκριμένο άξονα. Είναι δηλαδή:

$$\frac{\Delta L_{\Sigma_1 \Sigma_2 (K)}}{\Delta t} = \Sigma \tau_{\varepsilon\xi(K)}.$$

Θεωρώντας θετική φορά περιστροφής της αντιωρολογιακή (αριστερόστροφη), έχουμε:

$$\frac{\Delta L_{\Sigma_1 \Sigma_2 (K)}}{\Delta t} = \tau_{w_1, (K)} + \tau_{w_2, (K)} \Rightarrow \frac{\Delta L_{\Sigma_1 \Sigma_2 (K)}}{\Delta t} = w_1 R - w_2 R = m_1 g R - m_2 g R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L_{\Sigma Y \Sigma T(K)}}{\Delta t} = (m_1 - m_2)gR = (2 - 1) \cdot 10 \cdot 0,1 \Rightarrow \frac{\Delta L_{\Sigma Y \Sigma T(K)}}{\Delta t} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Με βάση την εξίσωση απομάκρυνσης που μας δίνεται, συμπεραίνουμε ότι η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος Σ_1 θα δίνεται από τη σχέση

$$v(t) = 0,4\omega \sin \omega t \quad (S.I.).$$

Η γωνιακή ταχύτητα (κυκλική συχνότητα) ω , θα ισούται με:

$$D = K = m_1 \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m_1}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \text{ rad/s}.$$

Επομένως,

$$v(t) = 0,4 \cdot 10 \sin 10t \Rightarrow v(t) = 4 \sin 10t \quad (S.I.).$$

Οπότε, για τη ζητούμενη απομάκρυνση του σώματος Σ_1 θα έχουμε:

$$\begin{aligned} x(t) &= 0,4\eta\mu 10t \Rightarrow x(t_1) = 0,4\eta\mu \left(10 \cdot \frac{\pi}{10}\right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x(t_1) = 0,4\eta\mu\pi \Rightarrow \boxed{x(t_1) = 0\text{m}}. \end{aligned}$$

Δηλαδή, το σώμα Σ_1 τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται στη Θέση Ισορροπίας της ταλάντωσης που εκτελεί.

Για τη ζητούμενη ταχύτητα θα έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} v(t_1) &= 4 \sin 10t_1 = 4 \sin \left(10 \cdot \frac{\pi}{10}\right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow v(t_1) = 4 \sin \pi \Rightarrow v(t_1) = -4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Δηλαδή, το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 τότε είναι $|\vec{v}(t_1)| = 4 \text{ m/s}$ και η ταχύτητά του έχει φορά προς τα αριστερά (τα αρνητικά με βάση το σχήμα).

Δ2. Επειδή το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο και το ελατήριο τη χρονική στιγμή t_1 έχει το φυσικό του μήκος, το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι μονωμένο. Άρα, η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων διατηρείται κατά την κρούση τους. Επομένως:

$$\begin{aligned} \vec{p}_{ολ,πριν} &= \vec{p}_{ολ,μετά} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 v(t_1) + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 \cdot (-4) + 3 \cdot \left(-\frac{20}{3}\right) = (1 + 3)V \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4V = -4 - 20 = -24 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{V = -6 \text{ m/s}}. \end{aligned}$$

Δηλαδή, το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου $|\vec{V}| = 6 \text{ m/s}$ και κινείται προς τα αριστερά.

Δ3. Επειδή το συσσωμάτωμα θα ταλαντώνεται με τη βοήθεια του οριζόντιου ελατηρίου, η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και η θέση που το ελατήριο έχει το

φυσικό του μήκος, θα ταυτίζονται. Δηλαδή, η Θ.Ι. δεν αλλάζει λόγω της πλαστικής κρούσης.

Την $t = 0$, το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα $V = -6 \text{ m/s}$ και απομάκρυνση $x = 0$. Η ζητούμενη εξίσωση της απομάκρυνσης, θα είναι της μορφής:

$$x(t) = A' \eta\mu(\omega' t + \varphi_0),$$

όπου A' το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος, φ_0 η αρχική φάση της ταλάντωσης (με βάση τις συμβάσεις μας) και ω' η νέα γωνιακή ταχύτητα. Είναι

$$D = K = (m_1 + m_2)\omega'^2 \Rightarrow \omega' = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{100}{1 + 3}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \omega' = 5 \text{ rad/s.}$$

Για την αρχική φάση της ταλάντωσης, θα έχουμε:

$$x(0) = 0 \Rightarrow 0 = A' \eta\mu(5 \cdot 0 + \varphi_0) \Rightarrow \\ \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ rad} \text{ ή } \varphi_0 = \pi \text{ rad}$$

(καθώς θεωρούμε ότι $\varphi_0 \in [0, 2\pi)$).

Επειδή όμως $v(0) = V = -6 \text{ m/s} < 0$, συμπεραίνουμε ότι:

$$\varphi_0 = \pi \text{ rad.}$$

Για το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα, από Α.Δ.Ε. ταλάντωσης θα έχουμε:

$$E_{\text{ταλ}} = K_{\text{max}} \Rightarrow \frac{1}{2} K A'^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow A'^2 = \frac{m_1 + m_2}{K} V^2 \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{K}} |V| \Rightarrow \\ \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{4}{100}} \cdot 6 \Rightarrow A' = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ m}$$

Επομένως, η ζητούμενη εξίσωση της απομάκρυνσης θα είναι:

$$\boxed{x(t) = 1,2\eta\mu(5t + \pi) \text{ (S.I.)}}$$

Δ4. Ζητείται το $\frac{\Delta K_1}{K_{1,\alpha\rho\chi}} \cdot 100\%$ λόγω της κρούσης. Είναι:

$$\frac{\Delta K_1}{K_{1,\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = \frac{K_{1,\tau\epsilon\lambda} - K_{1,\alpha\rho\chi}}{K_{1,\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = \\ = \frac{\frac{1}{2} m_1 V^2 - \frac{1}{2} m_1 v^2(t_1)}{\frac{1}{2} m_1 v^2(t_1)} \cdot 100\% = \frac{V^2 - v^2(t_1)}{v^2(t_1)} \cdot 100\% = \\ = \frac{6^2 - 4^2}{4^2} \cdot 100\% = \frac{36 - 16}{16} \cdot 100\% = \frac{20}{16} \cdot 100\% = \frac{5}{4} \cdot 100\% \Rightarrow \\ \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta K_1}{K_{1,\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = 125\%}$$

Δηλαδή, το σώμα Σ_1 λόγω της πλαστικής κρούσης του με το σώμα Σ_2 , αύξησε την κινητική του ενέργεια κατά 125%.