ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΤΟΥ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΥΠΑΛΛΗΛΩΝ ΣΤΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ

ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. θεωρία σελ.28

Α2. θεωρία σελ.87

Α3. θεωρία σελ.22

Α4. α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Σ ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Έστω τα ενδεχόμενα

Π: συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου

Μ: συμμετέχει στην ομάδα μπάσκετ

Δίνονται $P(\Pi)=0,5,\quad P(M')=0,55,\quad P(\Pi\cap M)=0,25$

Β1. $P(M')=0,55 \Leftrightarrow 1-\ P(M)=0,55 \Leftrightarrow \boxed{P(M)=1-0,55=0,45}$

Β2. Ζητούμενο είναι η πιθανότητα $P\left[(\Pi\cup M)'\right]=1-P(\Pi\cup M)$

όμως $P(\Pi\cup M)=P(\Pi)+P(M)-P(\Pi\cap M)=0,50+0,45-0,25=0,70$

επομένως $\boxed{P\left[(\Pi\cup M)'\right]=1-P(\Pi\cup M)=1-0,7=0,3}$

Β3. $P\left[(\Pi-M)\cup(M-\Pi)\right]=P(\Pi\cup M)-P(M\cap\Pi)=0,70-0,45=0,25$

Αλλιώς,

$$P\left[(\Pi - M)\cup(M-\Pi)\right] = P(\Pi - M) - P(M-\Pi) = P(\Pi) - P(\Pi\cap M) + P(M) - P(M\cap\Pi)$$
$$= \cdots = 0,45$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$\lim_{x\to 1}\frac{2f(x)-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{\frac{2x}{x^2+1}-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{\frac{2x}{x^2+1}-\frac{x^2+1}{x^2+1}}{x-1} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{\frac{2x-x^2-1}{x^2+1}}{\frac{x-1}{1}} = \lim_{x\to 1}\frac{-x^2+2x-1}{(x^2+1)(x-1)} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{-(x-1)^{\cancel{2}}}{(x^2+1)\cancel{(x-1)}} = \lim_{x\to 1}\frac{-(x-1)}{(x^2+1)} = 0$$

Γ2.

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)' = \frac{1\cdot(x^2+1) - x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

Το πρόσημο της f' είναι ίδιο με το πρόσημο της παράστασης $1-x^2$

$1-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow \boxed{x=\pm 1}$

x	-1	$+1$	
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$

- Η f έχει τοπικό ελάχιστο για x=-1 την τιμή $f(-1)=\cdots=-\frac{1}{2}$ και τοπικό μέγιστο για x=1 την τιμή $f(1)=\cdots=\frac{1}{2}$

Γ3. Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y=f'\left(\sqrt{2}\right)\cdot x+\beta$

$$f\left(\sqrt{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2+1}=\frac{\sqrt{2}}{3} \qquad f'\left(\sqrt{2}\right)=\frac{1-\left(\sqrt{2}\right)^2}{\left[\left(\sqrt{2}\right)^2+1\right]^2}=\frac{1-2}{\left[2+1\right]^2}=\frac{-1}{9}$$ Δηλαδή

η εξίσωση της ζητούμενης εφαπτομένης γράφεται $y=-\frac{1}{9}x+\beta$

όμως για $x=\sqrt{2}$ και $y=f\left(\sqrt{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{3}$ έχουμε

$$\frac{\sqrt{2}}{3}=-\frac{1}{9}\sqrt{2}+\beta \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{9}=\beta \Leftrightarrow \boxed{\beta=\frac{4\sqrt{2}}{9}}$$

Τελικά έχουμε, $\boxed{y=-\frac{1}{9}x+\frac{4\sqrt{2}}{9}}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f_1=\frac{\nu_1}{\nu} \Leftrightarrow 0{,}1=\frac{5}{\nu} \Leftrightarrow \boxed{\nu=\frac{5}{0{,}1}=50}$

$\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4+\nu_5=50 \Leftrightarrow 5+10+\nu_3+10+5=50 \Leftrightarrow \boxed{\nu_3=20}$

Δ2. $\overline{x_A}=\frac{\sum x_i\cdot\nu_i}{\nu}=\frac{750}{50}=15$

Κλάσεις	ν_i	x_i	$x_i\cdot\nu_i$	$x_i-\overline{x_A}$	$\left(x_i-\overline{x_A}\right)^2$	$\left(x_i-\overline{x_A}\right)^2\cdot\nu_i$
$[10,12)$	5	11	55	-4	16	80
$[12,14)$	10	13	130	-2	4	40
$[14,16)$	20	15	300	0	0	0
$[16,18)$	10	17	170	2	4	40
$[18,20)$	5	19	95	4	16	80
ΣΥΝΟΛΑ	50		750			240

$$s_A{}^2 = \frac{\sum\left(x_i - \overline{x_A}\right)^2 \cdot v_i}{v} = \frac{240}{50} = \frac{24}{5} = 4,8$$

Δ3. Για τους μαθητές που έγραψαν τουλάχιστον 12 (όλες οι κλάσεις εκτός από την 1^{η})

ισχύει

$$\bar{x} = \frac{x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4 + x_5 v_5}{v} = \cdots = \frac{695}{45} \simeq 15,4$$