

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ**  
**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: 3 (ΤΡΕΙΣ)**

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΠΛΗΡΕΙΣ ΛΥΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 31.  
**A2.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 14.  
**A3.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 72.  
**A4.** α. Σωστό β. Λάθος γ. Λάθος δ. Σωστό ε. Λάθος.

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Κάνουμε τον πίνακα:

$x_i$	$v_i$	$x_i \cdot v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
1	2	2	-3	9	18
3	3	9	-1	1	3
5	4	20	1	1	4
9	1	9	5	25	25
Σύνολο	10	40			50

**α.**  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i}{v} = \frac{40}{10} = 4.$

**β.**  $\delta = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{3+5}{2} = 4.$

**γ.**  $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{50}{10} = 5.$

**B2.**  $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4} > \frac{1}{4} > \frac{1}{10}$ , άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**  $f(x) = x^2 - x + 1, x \in \mathbb{R}$ , και  $f'(x) = 2x - 1, x \in \mathbb{R}$ . Επομένως,  
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ . Επίσης,  $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$  και  
 $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$ . Άρα,

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		$\searrow$	$\nearrow$

Για  $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$  η συνάρτηση είναι συνεχής, για  $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$  η  $f'(x) < 0$  άρα η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ . Για  $x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$  η συνάρτηση είναι συνεχής, για  $x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$  η  $f'(x) > 0$  άρα η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ . Άρα, για  $x = \frac{1}{2}$  η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το οποίο είναι το  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$ .

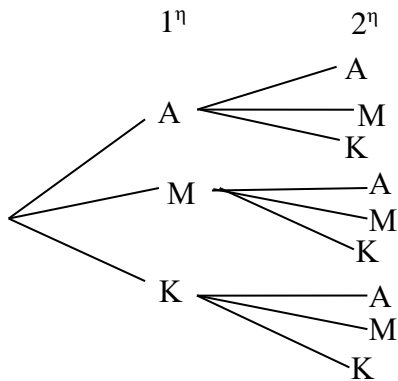
**Γ2.** Η εξίσωση της εφαπτομένης στο  $A$  είναι  $y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y - 3 = 3(x - 2) \Leftrightarrow y = 3x - 3$ , αφού  $f(2) = 3$  και  $f'(2) = 3$ .

**Γ3.** Για τον άξονα  $x'$  έχουμε  $y = 0$ :  $0 = 3x - 3 \Leftrightarrow x = 1$ . Για τον άξονα  $y'$  έχουμε  $x = 0$ :  $y = 3 \cdot 0 - 3 \Leftrightarrow y = -3$ . Τελικά τα σημεία είναι  $(1, 0)$  και  $(0, -3)$ .

$$\begin{aligned} \text{Γ4. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{\sqrt{x^2 - x + 1} + 1} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Συμβολίζουμε με  $A, M$  και  $K$  την άσπρη, μαύρη και κόκκινη μπάλα αντίστοιχα που θα τραβηχτεί. Έτσι,



Άρα,  $\Omega = \{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$

**Δ2.**  $A = \{AM, MM, KM\}$  και  $B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$ .

**Δ3.α.** Αφού το  $\Omega$  αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα τότε όλα τα απλά ενδεχόμενα είναι ίσα με  $\frac{1}{9}$ . Άρα,

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{N(A)}{N(\Omega)} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3},$$

$$A \cap B = \{AM, KM\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}.$$

$$A - B = \{MM\} \Rightarrow P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}.$$

$$B - A = \{AK, MA, MK, KA\} \Rightarrow P(B - A) = \frac{N(B - A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{9}.$$

**Δ3.β.** Αφού  $\Gamma$  ασυμβίβαστο με το  $A$  και με το  $B$  άρα  $\Gamma$  ασυμβίβαστο με το  $A \cup B = \{AM, AK, MA, MK, MM, KA, KM\}$ . Συνεπώς, τα πιθανά στοιχεία του  $\Gamma$  είναι τα  $AA, KK$ , άρα οι πιθανές επιλογές για το  $\Gamma$  είναι

$$\Gamma_1 = \emptyset, \text{ άρα } P(\Gamma_1) = 0,$$

$$\Gamma_2 = \{AA\}, \text{ άρα } P(\Gamma_2) = \frac{1}{9},$$

$$\Gamma_3 = \{KK\}, \text{ άρα } P(\Gamma_3) = \frac{1}{9}, \text{ και}$$

$$\Gamma_4 = \{AA, KK\}, \text{ άρα } P(\Gamma_4) = \frac{2}{9}. \text{ Τελικά η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η}$$

$$P(\Gamma) \text{ είναι } \frac{2}{9}.$$